

## EVALUACIÓN SOBRE CONOCIMIENTOS DIDÁCTICOS E INVESTIGATIVOS DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DE SUCRE

**Tulio R. Amaya De Armas**

Universidad de Sucre. (Colombia)

Universidad Nacional de Educación a Distancia. (España)

tuama1@hotmail.com

**Palabras clave:** idoneidad didáctica, registros semióticos, función

**Key words:** educational suitability, semiotic registers, function

### RESUMEN

Se reporta el análisis de la idoneidad didáctica de 90 estudiantes del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre, al analizar un cuestionario y las respuestas dadas a éste por estudiantes de la media académica, al hacer transformaciones de las representaciones semióticas de una función. El estudio se fundamenta en dos teorías: la de los registros semióticos de representación de Duval, y la del análisis de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas de Godino y sus colaboradores. Los resultados evidencian serias dificultades de los estudiantes con la identificación de la función como un contenido matemático estudiado y con su uso consciente en la solución de una tarea. Se muestran muy críticos respecto al contexto donde se les presentó la tarea. Se aprecia unaincongruencia entre lo pretendido por el programa y lo exigido por el medio, esto se evidencia en la falta de asignaturas y contenidos en el programa, que son requeridos en los currículos donde se van a desempeñar los profesores en formación.

### ABSTRACT

Analyzing the appropriateness of teaching 90 students the Bachelor program in Mathematics from the University of Sucre, when analyzing a questionnaire and the answers started to this one by students of secondary education, to make transformations of the semiotics representations of a function. The study is based on two theories: the registers of semiotic representation of Duval, and analysis of the teaching process suitability study mathematics Godino and colleagues. The results demonstrate serious difficulties of the students with the identification of the function as a mathematical studied content and with his conscious use in the solution of a task. Highly critical of the context in which they were presented with the task is. A mismatch between what is intended by the program and the requirements of the medium is appreciated, this is evident in the lack of subjects and content in the program, which are required in the curriculum where the teachers at formation will be employed.

## ■ Introducción

En este trabajo se reporta el análisis de la idoneidad didáctica de los formadores en formación del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre, Colombia al examinar las producciones de estudiantes de la media académica de dos instituciones públicas, al hacer transformaciones de las representaciones semióticas de una función. El trabajo se fundamenta en dos teorías: la teoría de Duval (1999, 2004) de los registros semióticos de representación, y la de Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) y Godino y Neto (2013) del análisis de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Además se tiene en cuenta lo planteado en los estándares del National Council of Teachers of Mathematics (2000), y los del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2005), algunos resultados de investigación referidos a dificultades de los estudiantes al hacer transformaciones en/entre registros de representación de una función (Dolores, 2004; Gatica, Maz-Machado, May, Cosci, Echevarría y Renaudo, 2010), frente al trato dado por estudiantes de la media académica a tal concepto (Amaya y Medina, 2013). Al respecto, no son abundantes los trabajos en esta línea. Sin embargo, el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática para el diseño y análisis de tareas dirigidas a la formación matemática y didáctica de profesores, que parece abarcar varios de los elementos de la teoría de los registros semióticos de Duval, ofrece bases sólidas para realizar el trabajo.

Las representaciones semióticas son el medio que le permite a un sujeto exteriorizar o comunicar sus representaciones mentales. Dichas representaciones semióticas se pueden dar en diferentes registros semióticos de representación. Duval (2004) considera que son de tal importancia en el aprendizaje de las matemáticas que no es posible acceder a los objetos matemáticos sin hacer uso de sus representaciones semióticas. Para Duval (2012) la forma de acceder a los objetos de estudio en matemáticas es diferente a cómo se hace en la mayoría de las ciencias, ya que es exclusivamente a través del estudio de representaciones semióticas, y de sus transformaciones.

Esto nos permitirá inferir tres ideas clave para describir el modo de funcionamiento cognitivo que caracteriza al pensamiento matemático: 1) los registros son los sistemas productores de representaciones semióticas. 2) La comprensión en matemáticas moviliza siempre implícita o explícitamente al menos dos registros; dicho de otra manera, la comprensión en matemáticas requiere la coordinación y el funcionamiento en sinergia de varios registros. Y 3) cada registro abre un campo de transformación de las representaciones, y por lo tanto, posibilidades de tratamiento matemático que le son propias (p.15).

La noción de idoneidad didáctica utilizada para sistematizarlos criterios para el diseño, implementación y valoración de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es la integración coherente de seis idoneidades parciales: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional (Godino, 2013), cada una de las cuales se describe a continuación:

**Idoneidad epistémica**, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

**Idoneidad cognitiva**, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

**Idoneidad interaccional**. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar

conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

**Idoneidad mediacional**, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

**Idoneidad afectiva**, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución, como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

**Idoneidad ecológica**, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla (p.6).

En la combinación de estas dos teorías, se considera la educación matemática como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y se tienen en cuenta las producciones del que aprende, como insumo para mejorar su propio proceso de aprendizaje y orientar de la mejor manera su futuro como docente de matemáticas.

## ■ Metodología

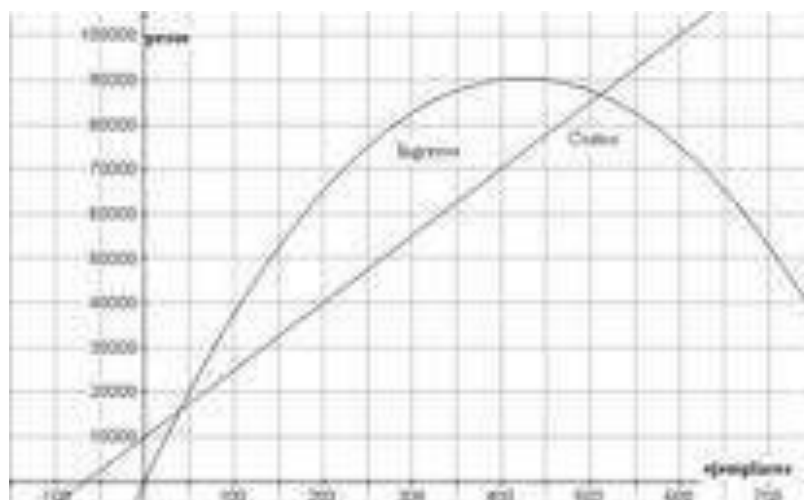
Se asume un estudio descriptivo de casos (Servan y Servan, 2010), bajo un enfoque cualitativo de tipo empírico, en un programa de Licenciatura en Matemáticas de una universidad pública.

El trabajo se dividió en dos etapas: en primer lugar se aplicó un cuestionario a 176 estudiantes de la media académica -grado previo al ingreso a la universidad- de dos instituciones públicas, con edades entre 15 y 17 años. A estos estudiantes se les pedía hacer transformaciones entre diferentes registros de representación de una función (Amaya y Medina, 2013). Este material se recogió sólo con la intención de ser utilizado como material de análisis por los formadores en formación del programa de Licenciatura en matemáticas. En segundo lugar, a 90 profesores en formación del programa Licenciatura en Matemática: 28 del tercer semestre, quienes ya habían cursado práctica pedagógica investigativa I y II, didáctica general y didáctica de la aritmética escolar; 28 del sexto semestre quienes habían cursado además, Práctica pedagógica investigativa III, IV y V, Didáctica de la geometría escolar y transición de la aritmética al álgebra, y 34 del octavo semestre, quienes ya habían cursado el programa en su totalidad; se les pidió resolver un cuestionario, analizarlo y luego analizar las soluciones dadas a éste por los estudiantes de la media académica. Para ello se les entregó una guía de análisis de la idoneidad didáctica de los docentes, propuesta por Godino y Neto (2013). La guía consta de dos partes: la primera orienta el análisis del cuestionario y la otra el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de la media académica a éste.

A continuación se presenta la situación que se utilizó en este trabajo.

En la gráfica se muestran los costos de edición y los ingresos por la venta de una edición facsimilar del poema dramático de Alfonso Reyes, "Ifigenia Cruel".

Figura 1. Original tomado de <http://historiasdeactividades.blogspot.com/2007/09/ifigenia-cruel-de-alfonso-reyes.html> modificado por el autor.



1. ¿Cuáles son los Costos, los Ingresos y la Ganancia por producir y vender 200, ejemplares?
2. ¿Dentro de qué límites se debe mantener la oferta para obtener ganancias?
3. ¿Cuál debe ser la oferta para obtener el mayor ingreso?
4. ¿A cuánto ascienden los costos fijos de producción?
5. ¿Cuánto cuesta producir cada libro si no se consideran los costos fijos?
6. ¿Hay una ganancia máxima? Justifica tu respuesta. Si la hay calcúlala.
7. ¿Cuál es la ecuación de los costos?
8. ¿Cuál es la ecuación de los ingresos?
9. ¿Cuál es la ecuación de la ganancia?
10. En el mismo sistema coordenado, traza la gráfica de la ganancia.
11. La región del plano comprendida entre la gráfica de los costos y la de los ingresos ¿Qué representa en la situación?
12. En qué intervalos las funciones de Costos, de Ingreso o de Ganancia son crecientes? Explica tu respuesta.

Las idoneidades parciales se constituyeron en las categorías de análisis de la investigación. Para procesar la información se analizaron las respuestas de los estudiantes por cada categoría de análisis. Se empleó la técnica de análisis del contenido (Ander-Egg, 2003) para estudiar el contenido manifiesto de las producciones escritas al abordar las cuestiones planteadas.

## ■ Resultados

En los resultados de las producciones de los estudiantes de la media académica se evidencian serias dificultades relacionadas con: el reconocimiento de los elementos de una función y cómo se relacionan entre ellos; el establecimiento de congruencias entre los elementos de dos o más representaciones y el tránsito al interior de un registro (Duval, 2004), quizás por la complejidad intrínseca del concepto.

En los resultados de los profesores en formación no se evidencian diferencias en las respuestas al cuestionario al aumentar su grado de formación, como tampoco se evidenció en el análisis hecho por ellos del cuestionario, ni a las producciones de los estudiantes de la media académica. Es decir, no se encontraron evidencias de mejores respuestas al cuestionario en estudiantes a medida que avanzaba su formación, ni del análisis de éste que se les pidió ítem por ítem. En el análisis a las respuestas al cuestionario, se reflejaron sus propias dificultades al resolverlo. Mostraron poca coherencia al articular las dimensiones implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006). A continuación se dan algunos detalles.

En la componente interaccional los estudiantes de PPI II y V fueron muy críticos en el análisis del cuestionario, al considerar que la tarea en sí estaba descontextualizada por tratarse de una novela prácticamente desconocida para los estudiantes y en general en el contexto colombiano lo es. Propusieron que se podría contextualizar con sólo cambiar el nombre de la novela (PPI V) o colocándoles una situación que involucre los servicios públicos de sus hogares, a los que tienen acceso con mayor facilidad. Considerando que de esta manera se lograría implicarlos más en su propio proceso de aprendizaje. Por lo que esta idoneidad parece mejor fundamentada en los estudiantes del programa (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006).

Teniendo en cuenta las exigencias del contexto se aprecia un desajuste entre lo pretendido por el programa y lo que exige el medio. Un ejemplo de ello es la ausencia en el programa de una asignatura como Geometría analítica, necesaria para orientar este tema en décimo grado; donde en el currículo de las instituciones educativas se dedica todo un semestre académico al desarrollo de la geometría analítica. Ésta es indispensable ya que contiene temas como rectas y cónicas, los cuales son indispensables para el desarrollo del cálculo en cursos posteriores. Otro aspecto donde se presenta incoherencia entre lo pretendido por la Licenciatura en matemáticas y los requerimientos del medio y de los currículos es en la inexistencia de asignaturas de física en el programa; ya que es tradición que tanto física uno como la física dos, las ofrezcan licenciados en matemáticas, y para preparar docentes capacitados para ofrecer estos cursos se requieren tres cursos universitarios de física con sus respectivos laboratorios, cursos inexistentes en el programa. Aquí se evidencian falencias en la idoneidad ecológica (Godino y Neto, 2013) provista en el programa para la formación de sus egresados.

Al analizar las producciones de los estudiantes tienen en cuenta los aciertos los desaciertos, los totales y con ello obtienen porcentajes, y dan posibles causas de los desaciertos. Sin embargo no hacen un análisis cualitativo de las producciones de los estudiantes, esto es, no describen cualitativamente las estrategias utilizadas por los estudiantes de la media académica para obtener sus respuestas. Además, parecen no tener claro el concepto de estrategia. En sus resoluciones tienden a utilizar las mismas estrategias utilizadas por los estudiantes, predominando soluciones por tanteo y por remplazos sucesivos hasta obtener una respuesta. En muchos de los casos pudieron encontrar el patrón de regularidad y de crecimiento de la situación funcional, pero pocos pudieron modelarla algebraicamente. Evidenciándose aquí dificultades en las idoneidades epistémica e interaccional (Godino, Rivas, y Arteaga, 2012), lo que podría convertirse en un impedimento para detectar potenciales conflictos semióticos en sus estudiantes.

A los estudiantes de la media académica se les facilitó llegar a resultados complejos, sin reconocer los resultados simples, o intermedios, por los que tuvieron que pasar para llegar a éstos. Un ejemplo de ello fue que encontraron la expresión algebraica de la ganancia utilizando para ello las expresiones de venta y de costo, pero no pudieron reconocer las expresiones de ventas y de costos por separado. Por lo que se puede inferir que muchos de estos estudiantes no se han apropiado del concepto de función, y además, no interpretan adecuadamente las preguntas que se les plantean. Los profesores en formación no dieron cuenta de esto al hacer el análisis de las producciones de los estudiantes de la media. Los estudiantes del octavo semestre tuvieron un comportamiento similar a los de la media, mientras que los estudiantes de los dos grupos restantes pudieron discriminar, tanto resultados simples como complejos. Siendo más consistentes y detalladas las respuestas y explicaciones de los estudiantes del grupo de la PPI II. Los de la PPI V fueron más críticos con el cuestionario, pero se quedaron muy cortos en el análisis de las respuestas de los estudiantes de la media académica a ese cuestionario. Los de la PPI II además de criticar el cuestionario y proponer alternativas de mejor contextualización, también fueron muy crítico en el análisis de las respuestas, y sin importar que no hubieran visto un curso de geometrías analítica, para dar respuesta al ítem que requirieron el uso de la geometría analítica, consultaron y obtuvieron respuestas acomodadas a los requerimientos que se les plantearon.

Reconocen en la situación características como crecimiento, decrecimiento y linealidad, pero no pueden dar razones de esto. Muestran mayor facilidad para comunicar sus respuestas los estudiantes de la media académica que los de la licenciatura.

## ■ Conclusiones

Los análisis realizados por los estudiantes, en general fueron demasiado superficiales. En las dimensiones epistémica y cognitiva, fueron muy pocos los que identificaron la función como el concepto marco del contenido matemático estudiado en la situación. En la dimensión mediacional, mencionaron la suma u otras de las operaciones básicas como recurso para resolver la situación. Y aunque mostraron mucho interés y motivación al responder el cuestionario, no hicieron ninguna sugerencia que llevara a mejorar la motivación de los estudiantes al resolverlo. Sin embargo en la dimensión interaccional mostraron dificultades en el análisis de las producciones de los estudiantes, mientras fueron muy críticos en el análisis del cuestionario, e hicieron sugerencias acerca de posibles cambios a la situación que permitiera mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

## ■ Referencias bibliográficas

- Amaya, T. y Medina, A. (2013). Dificultades de los estudiantes de grado once al hacer transformaciones de representaciones de una función con el registro figural como registro principal. *Revista Educación Matemática*, 25(2), 119-140.
- Ander-Egg, E. (2003). *Métodos y Técnicas de Investigación Social IV. Técnicas para la recogida de datos e información*. Buenos Aires: Lumen.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 7(3), 195-218.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Universidad del Valle.

- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del conocimiento*. Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2012). Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en matemáticas: los registros de representación semiótica. En U. Malaspina (Coord.), *Resúmenes del VI Coloquio Internacional de Didáctica de las Matemáticas: avances y desafíos actuales* (pp.14-17). Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Gatica, N., Maz-Machado, A., May, G., Cosci, C., Echevarría, G. y Renaudo, J. (2010). Un acercamiento a la idea de continuidad de funciones en estudiantes de Ciencias Económicas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (22), 121-131.
- Godino, J. Bencomo, D. Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Revista Paradigma*, 27(2), 1-24.
- Godino, J. Rivas, H. & Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Revista Praxis Educativa (Brasil)*, 7(2), 331-354.
- Godino, J. y Neto, T. (2013). Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (63), 69-76.
- Godino, J. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. Recuperado el 20 de septiembre de 2014, de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino\\_2013\\_Dise%F1o\\_tareas.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_2013_Dise%F1o_tareas.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2005). *Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar. Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Traducción al español, Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla: Proyecto Sur.
- Servan, P. y Servan, I. (2010). Intervención en la familia. Estudio de casos. En G. Serrano (Coord.), *Modelo de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural: animaciones prácticas* (pp. 221-252). Madrid: Narcea.